

Ex.16 解: 矩阵 A 与矩阵 B 相似, 故它们有相同的特征值. 所以, 矩阵 A 有特征值 $0, 1, 2$. 矩阵 A 有一个特征值 0 , 所以, $|A| = 0$, 即

$$1 + ab + ab - 1 - b^2 - a^2 = 0 \Rightarrow (a - b)^2 = 0 \Rightarrow a = b.$$

又由 $|E - A| = 0$ 得

$$\begin{vmatrix} 0 & -a & -1 \\ -a & 0 & -a \\ -1 & -a & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -a^2 - a^2 = 0 \Rightarrow a = 0.$$

所以, $a = b = 0$.

17. 解: 由题意, 矩阵 $A - E$, $A + 2E$ 和 $5A - 3E$ 不可逆, 即

$$|A - E| = 0, |A + 2E| = 0, |5A - 3E| = 0.$$

所以, 矩阵 A 有特征值 $1, -2, \frac{3}{5}$. 三阶矩阵 A 有三个不同特征值, 所以,

矩阵 A 可对角化, 且

$$|A| = \prod_{i=1}^n \lambda_i = 1 \times (-2) \times \frac{3}{5} = -\frac{6}{5}.$$